CAT-1 偶极场超导磁体的悬浮控制与仿真

王亚林[1] 刘云辉[2] 张国书[2] 杜俊杰[2] 杨舒然[2] 龚宇东[2]
1（东华理工大学机械与电子工程学院，南昌 330013）
2（东华理工大学核科学与工程学院，南昌 330013)

摘要 针对天环一号（CAT-1: China Astro-Torus 1）偶极场等离子体物理实验要求，装置要求中心漂浮超导线圈在无冷却和无电源条件下稳定悬浮至少 5hr，设计了超导托举线圈与中心漂浮线圈耦合系统的悬浮控制系统。为确保 1200 kg、5 MA 悬浮磁体稳定悬浮，完成了控制系统的 Simulink 模型建立和仿真，基于 Routh-Hurwitz 稳定判据，研究了 PID 控制策略对稳定控制影响，确定了稳定控制参数选取的范围：当驱动托举线圈的电源响应频率应大于 9 Hz，输出电流的误差小于 0.1%时，理想条件下 PD 控制系统最有控制效果为延迟时间为 0.0463 s、上升时间为 0.1545 s、峰值时间为 0.6283 s、调节时间 0.0848 s、超调量 δ=1.6，稳态误差 err 小于 0.05 mm，为电源相应频率大于 9 Hz，输出误差小于 0.05%。结果表明：基于 PID 能够在较短的时间内将悬浮超导环在预设位置，且采用合适的启动方式情况下，可极大的降低电路的负载，并为悬浮超导悬浮偶极场装置的技术可行性提供有力支撑。

关键词 关 CAT-1 偶极场装置；磁悬浮；超导环；悬浮控制系统

中图分类号

Levitated Control and Simulation of Cat-1 Dipole Field Superconducting Magnet

WANG YaLin[1]，LIU YunHui[2]，ZHANG GuoShu[2]，DU JunJie[2]，YANG ShuRan[2]，GONG YuDong[2]

(1. School of Nuclear Science and Engineering，East China University of Technology，Nanchang 330013，China；
2. School of Mechanical and Electrical Engineering，East China University of Technology，Nanchang 330013，China)

Abstract In response to the requirements of the dipole field plasma physics experiment for（CAT-1: China Astro Torus 1）, the device requires the center floating superconducting coil to be stably levitated for at least 5 hours without cooling and power supply conditions. A suspension control system for the coupling system of the superconducting lifting coil and the center floating coil was designed. To ensure the stable levitation of 1200kg and 5MA suspension magnets, the Simulink model of the control system was established and simulated. Based on the Routh Hurwitz stability criterion, the influence of PID control strategy on stable control was studied, and the range of stable control parameters was determined: when the power response frequency of the driving lifting coil should be greater than 9 Hz, and the error of the output current is less than 0.1%, the most effective control effect of the PD control system under ideal conditions is a delay time of 0.0463 seconds Rise time is 0.1545s, peak time is 0.6283s, adjustment time is 0.0848s, overshoot δ=1.6. The steady-state error err is less than 0.05mm, indicating that the corresponding frequency of the power supply is greater than 9Hz and the output error is less than 0.05%. The results show that based on PID, the levitated superconducting ring can be placed in the preset position in a short period of time, and under the appropriate starting method, the load of the circuit can be greatly reduced, providing strong support for the technical feasibility of the suspended superconducting dipole field device.

Keywords CAT-1 dipole field device；magnetic levitation；superconducting ring；levitattion control system

---

基金项目：江西省 JMRH 重点建设资助项目（G20230002），江西省“双千计划”资助项目（ DHSQT22021001），江西省重点研发计划重点资助项目（20192ACB80006），江西省科学技术研究资助项目（GJJ200714），国家青年自然科学基金资助项目（12105042），安徽省教育厅高校科学研究重点资助项目（KJ2018A0716）

第一作者：王亚林，女，1979 年出生，2011 年于安徽理工大学获硕士学位，长期从事机械与电子工程方面的教学与科研研究
通信作者：张国书，E-mail: zhangguoshu@ecit.cn，

引言

自从木星磁层高效约束空间等离子体被发现以来，Hasegawa 提出了悬浮偶极场约束等离子体用于聚等离子体变研究[1]，装置具有闭合约束磁场。偶极场等离子体约束装置与其他装置原理和结构的重大区别是，如等离子体约束在悬浮超导磁体环外侧，呈稳定峰值分布，悬浮体无机械支撑，无接触传热，高比压(β)等特点[2]。目前国际上已建造的悬浮偶极场等离子体约束装置有 2 个：一个是 MIT 建造的 LDX[3]，另一个是东京大学建造的 RT-1，两个悬浮偶极场装置实验均实验测得在低频电磁扰动下等离子体向内湍流箍缩及自组织建立稳定性峰值分布等，RT-1 实验测试得局部β比压大于 100%、电子云约束时间 300 秒[4]及实验室测到了哨声波等。国内悬浮装置建造目前基本还是空白，“天环一号”(China Astro-Torus No.1-CAT-1)悬浮偶极场磁约束装置是东华理工大学团队国内首次提出设计研发，用于偶极场聚变高温等离子体 MHD 稳定性、输运机制及实验定标规律等实验研究[5]。

超导悬浮线圈（Floating Coil-FC）是 CAT-1 装置用于产生约束等离子体的核心部件，超导悬浮环重量达 1200 kg 左右，主要通过上方托举线圈（Levitation Coil-LC）电磁引力进行非接触支撑，超导磁悬浮平衡与稳定控制对于实现 CAT-1 实验目标非常关键。根据恩绍定理[6]，静电场、静磁场、重力场等不存在悬浮稳定，须引入非平方反比力可以在一定范围内实现悬浮稳定，此外工程上也可以通过外加反馈系统调节磁场参数以减弱不稳定性[7]，从而获得低不稳定性悬浮[8,9]。针对 CAT-1 装置悬浮磁体平衡与稳定性问题，我们初步考虑的控制策略为，在水平和倾斜方向采取自然稳定性，垂直方向采取外加反馈控制系统进行动态调节，通过构建控制仿真模型来设计磁悬浮控制系统的运行参数。

1 CAT-1 装置悬浮磁体系统设计参数

CAT-1 装置物理目标是研究高温高密偶极场聚变等离子体稳定性及湍流输运机理，以及开展其等离子体约束性能相关的物理实验研究，装置总体设计参数目标为等离子体密度达到 $5\times10^{19}\text{m}^{-3}$，等离子体温度达到 500 eV，装置真空室半径达 4 m，超导环外表面磁场≥5T。总体上领先国外现有美国 LDX、日本 RT-1 以及德国正在开发的 APEX 装置。如图 1 为 CAT-1 装置 3D 结构及主机主要部件示意图，CAT-1 装置设计悬浮磁体系统参数及特征频率参数如表 1 所示。由托举线圈与悬浮磁体参数的设计可以确定水平和倾斜两个方向的处于稳定状态，悬浮磁体应当在预设平衡位置的附近做一定幅度的振动，允许的振动区间应当被严格限制。基于 CAT-1 悬浮稳定总体要求，悬浮超导环垂直振幅 $z < 100$ mm，水平振幅 er<50 mm，最大倾斜角 $\alpha < \pi/24$。

表 1 CAT-1 悬浮磁体系统参数及特征频率参数

Table.1 CAT-1 Levitation magnet system paramete

参数	值
悬浮磁体质量m_F	1200.0 kg
悬浮磁体大半径 R_F	0.5 m
悬浮磁体小半径 r_F	0.25 m
悬浮高度 H	2.0 m
托举线圈半径 R_L	1.7 m
悬浮磁体总电流 I_F	5 MA
托举线圈平衡电流I_F	3.49 A
垂直特征频率 f_z	0.5 Hz < 5 Hz
水平振动频率 f_{er}	0.3 Hz < 0.5
倾斜振动频率 f_α	0.52 Hz < 1.6

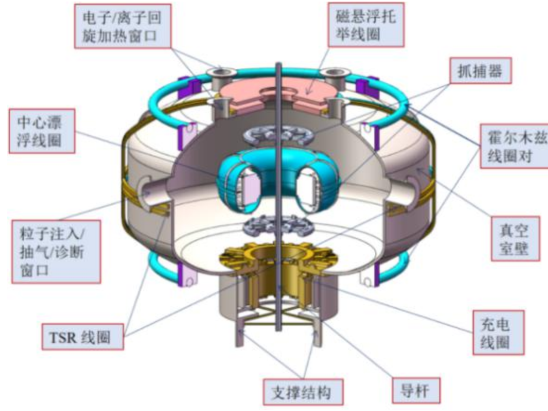


图 1 CAT-1 装置概念结构图

Fig. 1 Schematic diagram of CAT-1 device

2 PD 悬浮控制原理

2.1 悬浮稳定条件

一般而言，无接触质点稳定存在某一位置，则意味着质点沿任何方向产生位移均有与运动方向相反的力使之回到原位置，即恢复力。对于平衡位置悬浮线圈函数模型如为

$$\frac{\partial\left(\frac{\mu_0 \cdot I_f I_l}{4\pi}\oint\oint\left(\frac{\overrightarrow{dl_l}\times\vec{r}}{\vec{r}^3}\right)\times\overrightarrow{dl_f}-mg\right)}{\partial\vec{n}}<0 \qquad (1)$$

式（1）中，$d\overrightarrow{l_L}$为托举线圈的空间曲线微元，$d\overrightarrow{l_F}$为悬浮磁体的空间曲线微元，$\vec{n}$为任意方向的单位矢量，$\vec{r}$为悬浮磁体上微元指向托举线圈微元的有向矢量，平衡位置悬浮线圈所受合外力为0，且mg为常数。恩绍定理已经指出上式不能在任意方向同时成立，但当$\vec{n}$为特定方向时则可能成立，故当悬浮线圈沿特定方向$\vec{n}$位移时，位移如图2（a）、（b）所示，总数学模型可以简化为

$$\begin{cases}\frac{\partial\vec{F}}{\partial z}=\frac{\mu_0 \cdot I_f I_l}{4\pi}\left(\oint\oint\frac{\partial\left(\frac{\overrightarrow{dl_l}\times\vec{r}}{\vec{r}^3}\right)}{\partial z}\times\overrightarrow{dl_f}+\oint\oint\frac{\overrightarrow{dl_l}\times\vec{r}}{\vec{r}^3}\times\frac{\partial(\overrightarrow{dl_f})}{\partial z}\right)<0\\ \frac{\partial\vec{F}}{\partial er}=\frac{\mu_0 \cdot I_f I_l}{4\pi}\left(\oint\oint\frac{\partial\left(\frac{\overrightarrow{dl_l}\times\vec{r}}{\vec{r}^3}\right)}{\partial er}\times\overrightarrow{dl_f}+\oint\oint\frac{\overrightarrow{dl_l}\times\vec{r}}{\vec{r}^3}\times\frac{\partial(\overrightarrow{dl_f})}{\partial er}\right)<0\end{cases} \qquad (2)$$

式（2），*z* 为垂直方向位移；*er* 为水平方向位移。以$\partial\vec{F}/\partial z$、$\partial\vec{F}/\partial er$分别表征悬浮线圈在垂直和水平方向的稳定性。

除垂直和水平方向外，对于环形电流还需考虑倾斜方向的稳定性，如图 2（c）所示，平衡稳定数学模型为

$$\frac{\partial\vec{M}}{\partial\alpha}=\frac{\partial\oint d\vec{f}\times\vec{\gamma}}{\partial\alpha}=\oint\left(d\vec{f}\times\frac{\partial\vec{r}}{\partial\alpha}+d\frac{\partial\vec{f}}{\partial\alpha}\times\vec{r}\right)<0 \qquad (3)$$

式（3）中，采用归一化的变量，$\partial\vec{M}/\partial\alpha$表征悬浮线圈在倾斜方向的稳定性。

图 3 所示为超导环悬浮系统稳定性与位置扰动的关系。图中实线为可稳定区域，虚线为不稳定区域。从图中可见，偶极场悬浮模型必须在垂直和水平方向稳定性进行取舍，而垂直方向为一维，水平方向则为二维稳定，因此悬浮平衡点应当在水平—倾斜稳定区域，而对垂直方向附加控制系统，以保证偶极场线圈稳定悬浮。

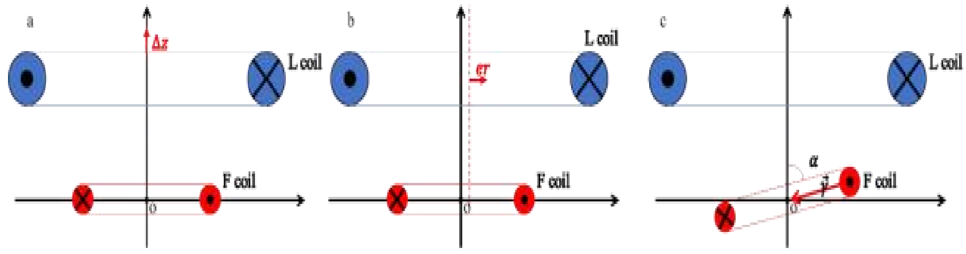
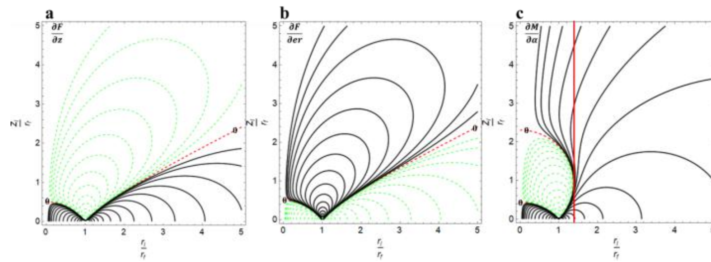


图 2 悬浮线圈运动方向分解示意图

Fig.3 Schematic diagram of the decomposition of the movement direction of the suspension coil



（a）垂直　　（b）水平　　（c）倾斜

图 3 超导环悬浮系统稳定性与位置扰动的空间分量关系图

Fig. 3 the spatial component relationship between the stability and the position disturbance of the superconducting ring suspension system

2.2 控制系统模型

基于上述 CAT-1 的设计参数及稳定分析，本文建立了垂直方向悬浮磁体控制系统结构模型，如图 4 所示，其托举线圈位于悬浮磁体的上方，在托举线圈中通入适当电流对悬浮磁体施加磁力以平衡重力。在悬浮磁体的上下两侧均有可移动的限位挡板以防其失控损坏。本文托举线圈磁场对悬浮磁体的作用被简化为磁体系统作为控制系统中的一部分来研究。

所设计反馈控制逻辑如图 5 所示，其中参考电压由设计参数确定，参考电压决定悬浮磁体稳定的位置；控制系统采用经典的 PD 控制，传递函数为 $G1$；电源为数控电流源以简化托举线圈电感充电问题传递函数为 $G2$，电源由 PD 控制环节的数字输出控制；将托举线圈和悬浮磁体的磁场作用整体简化为磁体系统以加快计算，传递函数为 $G3$；悬浮磁体的位置信息通过激光位置传感器获取[11]，并将位置信号以电压形式反馈到控制系统输入端，传递函数为 $G4$。

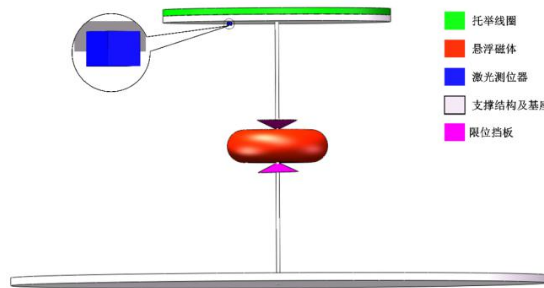


图 4 悬浮控制系统结构

Fig. 4 Floating control system structure

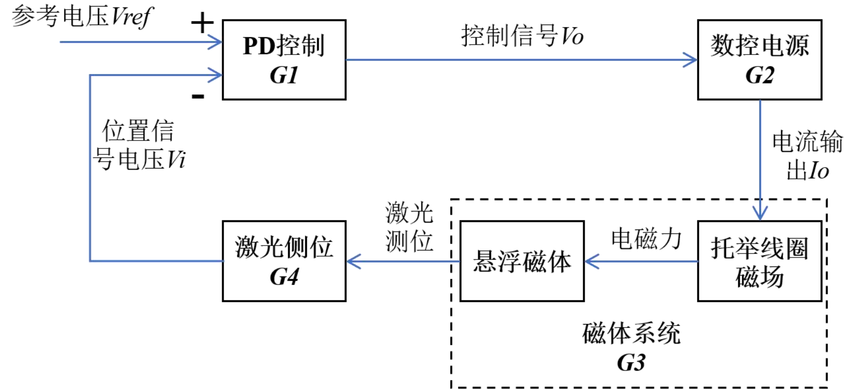


图 5 悬浮控制系统框图

Fig. 5 Floating control system block diagram

1）PD 控制系统模型

PD 控制模型是 PID 控制模型的简化模型，相比于 PID 控制，响应速度更快超调量更小。PD 时域过程数学模型如式（4）所示[13]

$$\begin{cases} \mathrm{P} = k_p\left(V_{ref} - V_i\right) \\ \mathrm{D} = k_d \frac{d\left(V_{ref}-V_i\right)}{dt} \end{cases} \tag{4}$$

式（4）中，P 为比例输出，D 为微分输出，k_p为比例放大系数；k_d为微分放大系数。将三者叠加即可得到 PD 控制系统的输出量$\mathrm{g}_1 = \mathrm{P} + \mathrm{D}$。在一个稳定系统中，悬浮磁体的位置总是在预设的位置上下波动最后稳定在预设位置。再做拉普拉斯变换，获得 s 域传递函数：

$$\mathrm{G1} = k_p + k_d s = k_p(1 + \frac{k_d}{k_p}s) \tag{5}$$

2）电源系统模型

托举线圈处于悬浮磁体的强磁场中，其电感不仅仅与自身结构有关，还与悬浮磁体的距离有关，在动态调节过程中，与悬浮磁体的距离处于动态变化中。为了简化控制过程，本文采用电流作为控制输出量。典型电流源，影响其输出的因素包括放大倍数、响应速度、输出误差[11,12]。电流源的传递函数如下[13]：

$$\mathrm{G2} = \frac{A_I}{1 + \frac{s}{\omega_I}} \tag{6}$$

其中A_I为电源的放大倍数，ω_I为电源响应频率。

3）磁体系统模型

磁体系统中，悬浮磁体仅在平衡点附近运动。考虑到悬浮磁体的受力与托举线圈为线性关系，在设计平衡点附近可进行泰勒展开，得到二元拟合函数如式（7）所示

$$F(I,Z) = F(I_0,z_0) + \frac{\partial F}{\partial I}\bigg|_{I_0}(I - I_0) + \frac{\partial F}{\partial z}\bigg|_{z_0}(z - z_0) \tag{7}$$

式(7)中，$z_0 = 0$，$\mathrm{I_0} = 34943\mathrm{A}$，记$\Delta\mathrm{I} = \mathrm{I} - \mathrm{I_0}$、$\Delta z = z - z_0$，可得运动方程式（8）

$$m_F\frac{d^2z}{dt^2} = F(I_0,z_0) + \frac{\partial F}{\partial I}\bigg|_{I_0}\Delta I + \frac{\partial F}{\partial z}\bigg|_{z_0}\Delta z - mg \tag{8}$$

在稳定状态下有 $F(I_0,z_0) = mg$，经过拉普拉斯变换，得到频域传函式

$$G3=\frac{\Delta Z(s)}{\Delta I(s)}=\frac{I_0'}{m_F s^2-z_0'} \tag{9}$$

式（9）中, $I_0'=\left.\frac{\partial F}{\partial I}\right|_{I_0}$、 $z_0'=\left.\frac{\partial F}{\partial z}\right|_{z_0}$ ，是在稳定性分析中计算得出。

4）激光测位系统模型

悬浮磁体的位置信息采用激光测位传感器进行测量，稳定控制的可行性很大程度上取决于激光测位传感器的准确度和测量速度。激光测位器是基于光电学原理的电子元器件，其电学特征主要输出幅值A_l、响应时间及输出误差。在本设计中利用电学特征设计控制系统，其传递函数模型为式（10）

$$G4=A_l\frac{1}{1+\frac{s}{\omega_l}} \tag{10}$$

式（10）中，A_l为元件的输出系数，ω_l为表征元件响应速度的角频率。

5）控制系统闭环模型

基于上述各控制环节的分析建立闭环传递函数，闭环传递函数为式

$$G_T=\frac{G1G2G3G4}{1+G1G2G3G4}=\frac{(k_p+k_d*s)}{a_0+a_1s+a_2s^2+a_3s^3+a_4s^4} \tag{11}$$

式（11）中，

$$a_0=k_p-z_0/A_lA_II_0$$

$$a_1=k_d-z_0'/A_lA_I\omega_lI_0$$

$$a_2=m_F/A_lA_II_0-z_0'/A_lA_I\omega_l\omega_II_0$$

$$a_3=m_F/A_lA_I\omega_II_0+m_F/A_lA_I\omega_lI_0$$

$$a_4=m_F/A_lA_I\omega_l\omega_II_0$$

式（11）的零点为$s=-k_p/k_d$，特征方程为$a_0+a_1s+a_2s^2+a_3s^3+a_4s^4=0$，对于能够实现稳定控制的系统，要求特征方程仅在复平面上的负半平面有根。PD 反馈控制能否实现悬浮磁体的悬浮稳定可由 Routh-Hurwitz 稳定[14]判别式，在理论上存在稳定控制数学模型如式（12）所示

$$\begin{cases} a_n>0 \\ \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ a_4 & a_2 \end{vmatrix}>0 \\ \begin{vmatrix} a_3 & a_1 & 0 \\ a_4 & a_2 & a_0 \\ 0 & a_3 & a_1 \end{vmatrix}>0 \end{cases} \tag{12}$$

6）稳定控制性能指标

控制系统的性能分析是基于稳定控制为前提，评价指标分为动态性能指标和稳态性能指标两类[14]。其中动态性能指标用于描述控制系统从零初始状态过渡到稳定状态的动态过程。指标包括延迟时间t_d，即响应曲线首次达到其稳态值一半时所需的时间；上升时间t_r，即响应曲线首次达到稳态值所需时间。峰值时间t_p，即响应曲线超过其稳态值到达第一个峰值所需要的时间；调节时间t_s，即响应曲线到达并保持在稳态值小范围内所需时间，所谓小范围通常是指稳态值的 5%以内；超调量δ，即响应曲线的最大偏离量与稳态值之差的百分比。t_d、t_r、t_p评价系统的初始快速性；t_s描述了系统响应的总体快速性；δ描述了系统响应的平稳性或系统的阻尼情况。稳态性能指标用于描述抑制扰动信号的能力，即系统的收敛情况。指标为

稳态误差 err，稳态误差的形成与系统结构、参数、外作用形成、元件灵敏度、零点漂移等各种其他因素有关。控制系统的性能指标如图（6)所示。

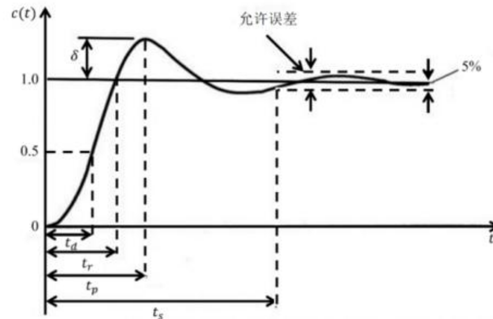


图 6 控制系统的性能指标图示

Fig. 6 Performance index diagram of control system

3 Simulink 控制仿真

3.1 CAT-1 磁悬浮控制参数设计与仿真

磁体系统环节的参数由磁体系统设计参数的电流以及力学作用关系决定磁体系统物理参数如表 1 所示。结合悬浮磁体工作区间的设计，在平衡点附近的±100 mm 范围内求解受力关系采用线性拟合对此范围内的受力关系进行描述。在上述讨论中，托举线圈的电流均为总电流，而在控制过程中，电源的输出电流为单匝导线内的电流。托举线圈的匝数对比于悬浮磁体匝数 $n_F = 1260$[15]，假设为 $n_L = 1000$ 进行计算，此时 $n_L I_0^{'} = 327.53$。为了迭代快速收敛，电源参数初始值参考日本东京大学 RT-1 装置电源($A_I = 150$、$\omega_I = 154$)。激光测位环节的传递函数则由产品的型号有关，参考日本东京大学 RT-1 装置的激光测位传感器参数，线性放大系数为 0.05 mm/mV，响应频率大于 1 kHz[16]，式（10）被修正为$G_4 = 20/(1+s/6283.19)$ V/m。从上述分析，可初步得到 CAT-1 控制模型参数，如表 2 所示。PD 控制参数由 Routh-Hurwitz 判别式求解参数范围，在此范围内迭代求取最优参数取值。根据式（12）判别，带入表 2 参数可求得 PD 控制参数 k_p 、 k_d 取值范围为 0.000064< $k_d <$ 7.8615 、 0.009688< k_p <150.317k_d-19.1205k_d-19.1205k_d^2。

表 2 CAT-1 控制模型参数表

Table 2 Control model parameter table

控制系统	参数	值
磁体系统	$I_0^{'}$	327.53
	$z_0^{'}$	9518.92
	m_F	1200
激光测位传感器	A_l	20
	ω_l	6283.19
电源系统	A_I	150
	ω_I	154

如图 7，k_p、k_d的取值在图 7 中稳定区域，取值范围较大，但在动态控制过程中悬浮磁体在托举线圈磁场中运动将会使得磁体系统传递函数发生一定的改变，虽然在 CAT-1 装置垂直振幅限制范围内具有良好

的线性关系，但仍然会导致稳定区域边界的移动，因此在实际的k_p、k_d应避免边界线附近的值。PD 控制输出为：V_0=k_p (V_{ref}－V_i)，其中 V_{ref}为参考电压；V_i为激光测位的反馈信号。因此，电源受控量为$\Delta I = I - I_0$，故 G2 环节的电流输出为：I_L=150kp(V_{ref}－ V_i)。V_{ref}的取值与悬浮磁体位置关系为：V_{ref}=I_L/150kp+20z。将悬浮磁体稳定在 $z = 0$ 处，则必有 $Vi = 0$，平衡电流为$I_L = 34943$ A，电源输出为$I_o = 34.943$ A。

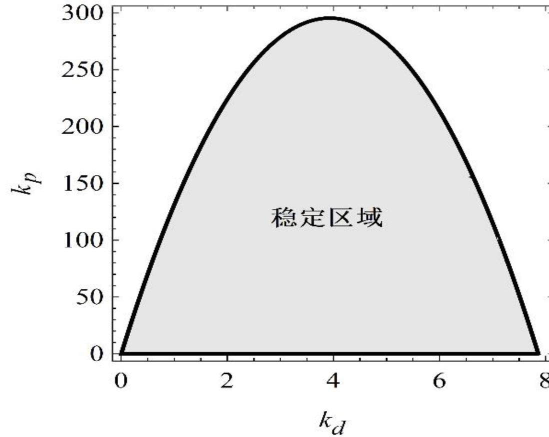


图 7 k_p、k_d稳定取值区域图

Fig. 7 Stable area with k_p、k_d value

3.2 控制仿真模型

基于上述理论和 CAT-1 装置已经确定的参数取值，建立 Simulink 仿真控制模型[17,18]。控制过程中，参考电压 V_{ref}减去激光测位传感器的输出电压之后进入 PD 控制环节，分别作比例放大和微分之后求和输出到电源的信号输入端，用于调节电源的输出。电流输出与初始电流叠加之后进入磁体环节，磁体环节的传递函数是基于初始平衡状态假设基础上求得，因此其电流输入需要与初始电流求差，其输出需要与初始位置求和。激光测位环节的输出作为控制系统的反馈回到 PD 控制环节的入口，完成闭环。

指定了激光测位环节初始输出，系统开关则决定了控制系统的启动时机。在仿真过程中，由于电源必须从 0 输出开始上升电流，这将引起仿真的初始状态不稳定。在真实的 CAT-1 悬浮控制过程中，

悬浮磁体由机械结构送至指定位置，托举线圈电流达到平衡电流后，机械结构释放悬浮磁体。因此，为了更准确地对控制系统进行仿真，系统开关的设置是必要的。如图 8 中具有红色边缘的模块包含未确定的参数，这些参数的值将在仿真过程中由 matlab 程序传入。

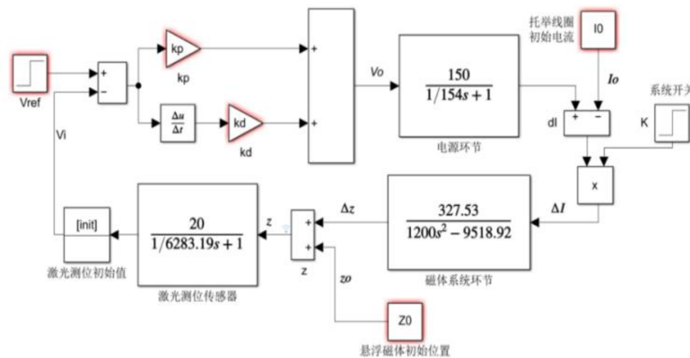


图 8 Simulink 控制仿真模型

Fig. 8 Simulink control model

3.3 k_p、k_d参数与控制系统的性能

在 PD 控制过程中，P 分量与悬浮磁体在托举线圈磁场中的位置（z）线性相关 $P = k_p(Vref - A_l z)$，P 分量直接表征悬浮磁体的位置；D 分量为悬浮磁体位置在时间上的微分，即悬浮磁体的速度。若k_p取值过分大会导致悬浮磁体位置调节过快而导致速度失控或位置反冲，取值过小则会使得控制系统难以收敛。同样的，k_d取值过大将导致悬浮磁体移动速度过慢而难以收敛，取值过小则可能发生速度失控或反冲过大。因此，适当的k_p、k_d取值有利于悬浮磁体的快速收敛。为得到合适的k_p、k_d参数值，利用图 8 模型，对其参数部分稳定区域内进行扫描，获得k_p、k_d与控制系统的性能关系。虽然k_p、k_d参数稳定取值区域非常大，但在实际的控制系统中难以支持控制超高电压信号的输出，同时高电压输入也会损坏电源。因此，根据悬浮磁体偏离幅度和弱电的 5V 工作限制，限定k_p的最大取值范围为：k_{pmax}=5/(z_{max}-z_{min})Al，其中z_{max}为悬浮磁体位置的最大取值，根据经验被限定为 0.01 m；z_{min}为悬浮磁体位置的最小取值，被限定为-0.01 m；A_l为激光测位传感器的放大倍数，取值为 20v/m，故k_{pmax}=1.25。为得到合适的k_p、k_d参数值，在 $0.000064 < k_p < 1.25$、$0.00097 < k_d < 7.8615$ 内，利用图 8 模型，对参数进行扫描，获得k_p、k_d与控制系统的性能指标，性能指标如图 9 所示。

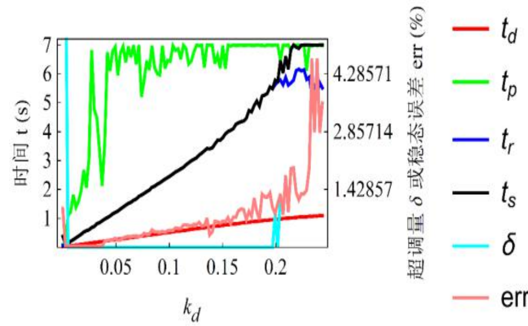


图 9 k_d值与控制系统各性能指标关系

Fig.9 Relationship between $k_d$value and performance indexes of control system

扫描过程中，在仿真时间 $t = 2\ s$ 时打开系统开关；时间 $t = 3\ s$ 时以阶跃信号的形式变换参考电压 $Vref$，将稳定位置调节为 $z = 0.005$ m；时间 $t = 10\ s$ 时，仿真结束。为了加快仿真过程，其中在时间 $t = 8\sim10s$ 时间段判断系统是否收敛。对于在 $t = 3\sim8\ s$ 时间内未能收敛的仿真过程将被忽略，因为在实际的工程中过分长收敛的时间没有应用的意义。参数扫描初步结果为：

（1）在 $0.000064 < k_p < 1.25$、$0.00097 < k_d < 7.8615$ 内的大部分区域均不能实现稳定控制，仅有图中左上角区域可以实现稳定控制。当k_d大于 2.43707 时，无论k_p在容许范围内如何取值，均不能使控制系统在 5 s 达到稳定收敛。

（2）对 $0.000064 < k_p < 1.25$、$0.00097 < k_d < 2.43707$ 区域进行更为精细的扫描，结果表明，当k_d的值变大时，位置控制逐渐演变为速度控制，控制系统对悬浮磁体的速度非常敏感，而造成悬浮磁体抖动，使其难以达到稳定状态，而k_p在扫描的区域内总是能够使系统收敛。

（3）为了使电源输入端有尽可能好的分辨能力，k_p的值应尽可能的大，因此令$k_p = 1.25$，k_d的值通过参数扫描的方式获得，当k_d过小时，参考电压变化将引起巨大的超调量，相应地对电源的输出也是巨大的挑战，而当k_d太大时控制过程将会剧烈抖动，难以在指定时间内实现稳定悬浮。

k_d的最优值选取需要从动态性能指标和稳态性能指标来考虑，k_d值与各指标关系如图 9 所示。图中关系表明，随着k_d值的增大，t_d、t_p、t_r、t_s均有不同程度的增大，k_d大于 0.073 之后，无超调量；当k_d大于 0.4 之后，控制过程不再有峰值；k_d大于 2.0 之后超调量与稳态误差重合，即悬浮磁体在稳态值附近振动；

k_d大于 2.2 之后，控制过程不能在仿真时间内达到稳定。综上所述，k_d最优值为 0.073。

3.4 磁悬浮控制仿真

基于上述控制参数的结论，在 1000 s 的控制仿真中，忽略了电源输出的纹波影响，控制超调量与 RT-1 悬浮实验中的超调量处于同量级，在理想情况基本与 RT-1 的悬浮控制具有相同的效果。CAT-1 装置的控制仿真过程初步结果如表 3 所示。

4 总结

本文将托举线圈和悬浮磁体作为整体建立其在控制系统中的传函模型，建立了闭环 PD 控制系统。分析 PD 控制参数与系统稳定的关系。通过参数扫描获得最优 PD 控制参数。得到结论如下：PD 控制系统在合适的参数设置下能够实现 CAT-1 磁悬浮的稳定控制。驱动托举线圈的电源响应频率应大于 9 Hz ，输出电流的误差应满足式 4.6 才能保证悬浮磁体的稳定悬浮，进一步提高控制稳定则需要将输出误差方差降低至 0.05%水平才能与 RT-1 控制效果相当。基于 Simulink 仿真的理想条件下，PD 控制系统最有控制效果为延迟时间$t_d =$ 0.0463 s、上升时间$t_r =$ 0.1545 s、峰值时间$t_p =$ 0.6283 s、调节时间$t_s =$ 0.0848 s、超调量 $\delta =$ 1.6%。

表 3 仿真参数及结果汇总表

Table 4 Simulation parameter table

参数	值
k_p	1.25
k_d	0.073
初始电流输出 I_0	35.085 A
初始位置 z_0	-0.005 m
悬浮位置 $\boldsymbol{z}$	0.0 m
激光测位输出初始值 $\boldsymbol{init}$	-0.1 v
初始参考电压 $Vref_{\boldsymbol{init}}$	0.0864 v
稳态参考电压 $\boldsymbol{Vref_{end}}$	0.1871 v
参考电压阶跃时间 $\boldsymbol{t_c}$	3 s
仿真时间 t	1000 s
延迟时间 t_d	0.0463 s
上升时间 t_r	0.1545 s
峰值时间 t_p	0.6283
调节时间 t_s	0.0848 s
超调量 δ	1.6%

参考文献：

1 Hasegawa A, Chen L, Mauel M E. A D-3He fusion reactor based on a dipole magnetic field[J]. Nuclear Fusion, 1990.

2 Boxer A C. Density Profiles of Plasmas Confined by the Field of a Levitating, Dipole Magnet[J] : 218.

3 Garnier D, Davis M, Mauel M, et al. Overview of the Levitated Dipole Experiment[J]. 2009.

4 Z. Yoshida, H. Saitoh, J. Morikawa, Y. Yano, S. Watanabe, and Y. Ogawa, Magnetospheric Vortex Formation: Self-Organized Confinement of Charged Particles,PRL 104, 235004 (2010).

5 张国书, 陈骝, 孙占学, 等. 偶极场磁约束聚变装置性能特征及研究现状[J]. 中国核电, 2019, 12(05): 553–560.

6 Earnshaw, Samuel. On the Nature of the Molecular Forces which Regulate the Constitution of the Luminiferous Ether. Trans.

Camb. Phil. Soc.. 1842, 7: 97－112.

7 Bassani R. Dynamic stability of passive magnetic bearings[J]. Nonlinear Dynamics, 2007, 50(1): 161–168.

8 Morikawa J, Ozawa D, Ogawa Y, et al. Levitation Experiment Using a High-Temperature Superconductor Coil for a Plasma Confinement Device[J]. Japanese Journal of Applied Physics, IOP Publishing, 2001, 40(10A): L1029.

9 Yanagi N, Morikawa J, Mito T, et al. Engineering research and development of magnetically levitated high-temperature superconducting coil system for mini-RT project[J]. IEEE Transactions on Applied Superconductivity, 2002, 12(1): 948–951.

10 Yano Y, Yoshida Z, Ogawa Y, et al. Feedback control of the position of the levitated superconducting magnet in the RT-1 device[J]. Fusion Engineering and Design, 2010, 85(5): 641–648.

11 陈笑风, 杜磊, 赵柏树. 基于 Howland 电流源的精密压控电流源[J]. 电子技术应用, 2012, 38(09): 71–74.

12 宋忠能, 杨鲁平. 精密压控电流源[J]. 贵州科学, 1997(02): 131–133.

13 Saitoh H, Stoneking M R, Pedersen T S. A levitated magnetic dipole configuration as a compact charged particle trap[J]. Review of Scientific Instruments, 2020, 91(4): 043507.

14 谢成祥, 张燕红, 高敏, 等. 自动控制原理[M]. 第 1 版. 南京东南大学出版社, 2018.

15 刘腾. 天环一号偶极场线圈设计及关键等离子体参数定标关系[D]. 南昌: 东华理工大学, 2021.

16 Y. Yano. Position control of a superconducting magnet-floating coil in a magnet-sphere-shaped plasma device RT-1[D]. 2017.

17 龚昌来. 基于 MatLab/Simulink 的单片机控制系统仿真[J]. 河海大学常州分校学报, 2006(01): 32–35.

18 刘云辉, 张振琪. 环形永磁悬浮的控制仿真[J]. 能源研究与管理, 2021(04): 85–90.